

OPERAZIONI NELL' INSIEME DEI NUMERI NATURALI N

1) ADDIZIONE e PROPRIETA'

L'**addizione** è l'operazione con la quale si ottiene la **somma** di due numeri.

I numeri si dicono **addendi** e il risultato si dice **somma** o **totale**.

L'addizione è sempre possibile in N , per questo si dice operazione interna ad N .

PROPRIETA'

COMMUTATIVA	$a+b = b+a$	$5+1 = 1+5$
ASSOCIATIVA	$a+b+c = (a+b)+c$	$7+3+8 = (7+3)+8$
DISSOCIATIVA	$a+b+c = (a_1+a_2)+b+c$	$7+5+9 = (4+3)+5+9$
ELEMENTO NEUTRO	$a+0 = 0+a = a$	$3+0 = 0+3 = 3$

2) SOTTRAZIONE e PROPRIETA'

La **sottrazione** è l'operazione con la quale si ottiene la **differenza** o **resto** tra due numeri e si scrive **$a - b = c$** ; **a** si dice **minuendo** e **b** è il **sottraendo**.

Precisamente: la differenza tra due numeri **a**, **b** con $a \geq b$ è quel numero **c** che sommato al sottraendo, dà il minuendo.

La sottrazione non è sempre possibile in N , lo è solo quando il minuendo è maggiore del sottraendo.

La sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione.

PROPRIETA'

INVARIANTIVA	$a-b = (a+m)-(b+m)$	$15-8 = (15+2) - (8+2)$
	$a-b = (a-m)-(b-m)$	$9-3 = (9-1) - (3-1)$

3) MOLTIPLICAZIONE e PROPRIETA'

La **moltiplicazione** è l'operazione con la quale si ottiene il **prodotto** di due numeri: **$a \cdot b = c$** .

Il prodotto **$a \cdot b$** è la somma di tanti addendi uguali ad **a**, quante sono le unità di **b**.

I numeri **a** e **b** si dicono **fattori** e il risultato si dice **prodotto**.

La moltiplicazione è sempre possibile in N , per questo si dice operazione interna ad N .

PROPRIETA'

COMMUTATIVA	$a \cdot b = b \cdot a$	$5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$
ASSOCIATIVA	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$	$7 \cdot 3 \cdot 8 = (7 \cdot 3) \cdot 8$
DISSOCIATIVA	$a \cdot b \cdot c = (a_1 \cdot a_2) \cdot b \cdot c$	$6 \cdot 5 \cdot 9 = (2 \cdot 3) \cdot 5 \cdot 9$
DISTRIBUTIVA rispetto all'ADDIZIONE	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$3 \cdot (4+5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$
DISTRIBUTIVA rispetto alla SOTTRAZIONE	$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	$3 \cdot (4 - 5) = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 5$
ELEMENTO NEUTRO	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 3$
Legge di Annullamento del Prodotto	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	
	$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0, \text{ oppure } b = 0, \text{ oppure } a = b = 0$	

4) DIVISIONE e PROPRIETA'

La **divisione** è l'operazione con la quale si ottiene il **quoziente o quoto** tra due numeri e si scrive $a : b = c$; **a** si dice **dividendo** e **b** è il **divisore**.

Precisamente: il quoziente tra due numeri **a**, **b** con $b \neq 0$ è quel numero **c** che moltiplicato per il divisore **b**, dà come risultato **a**.

La divisione esatta (cioè con resto zero) non è sempre possibile in \mathbb{N} , lo è solo quando il numero **a** è multiplo di **b**.

La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione.

PROPRIETA'

INVARIANTIVA	$a : b = (a \cdot m) : (b \cdot m)$ $a : b = (a : m) : (b : m)$	$20 : 2 = (20 \cdot 3) : (2 \cdot 3)$ $20 : 4 = (20 : 2) : (4 : 2)$
Altre proprietà	$a : a = 1$; $a : 1 = a$	
	$0 : b = 0$	
	$a : 0 = \text{impossibile}$	
	$0 : 0 = \text{indeterminata}$	

OPERAZIONI NELL' INSIEME DEI NUMERI INTERI RELATIVI Z E RAZIONALI RELATIVI Q

- Numero Intero Relativo : è ogni numero naturale preceduto dal segno + o - .
- Numero Razionale Relativo : è ogni numero razionale assoluto (frazione) preceduto dal segno + o - .
- Valore Assoluto o Modulo di un numero relativo **a** : si indica con $|a|$ ed è uguale ad **a**, se $a \geq 0$; è uguale all'opposto di **a**, cioè $-a$, se $a < 0$
- Due o più numeri relativi diversi da 0 si dicono :
 - Concordi , se hanno stesso segno
 - Discordi , se hanno segno diverso
 - Uguali , stesso segno e stesso valore assoluto
 - Opposti , se sono discordi , cioè hanno segno diverso , ma lo stesso valore assoluto.

1) ADDIZIONE in \mathbb{Z} e in \mathbb{Q} e PROPRIETA'

L'addizione è sempre possibile in \mathbb{Z} e in \mathbb{Q} , per questo si dice operazione interna .

PROPRIETA'

COMMUTATIVA	$a+b = b+a$	$5+1 = 1+5$
ASSOCIATIVA	$a+b+c = (a+b)+c$	$7+3+8 = (7+3)+8$
DISSOCIATIVA	$a+b+c = (a_1+a_2) +b+c$	$7+5+9 = (4+3)+5+9$
ELEMENTO NEUTRO	$a+0 = 0+a = a$	$3+0 = 0+3 = 3$
ELEMENTO SIMMETRICO	$a + (- a) = (- a) + a = 0$	

2) SOTTRAZIONE e PROPRIETA'

La sottrazione è sempre possibile in Z e in Q .

PROPRIETA'

INVARIANTIVA	$a-b = (a+m)-(b+m)$ $a-b = (a-m)-(b-m)$	$15-9 = (15+2) - (8+2)$ $9-3 = (9-1) - (3-1)$
--------------	--	--

3) MOLTIPLICAZIONE e PROPRIETA'

La moltiplicazione è sempre possibile in Z e in Q .

PROPRIETA'

COMMUTATIVA	$a \cdot b = b \cdot a$	$5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$
ASSOCIATIVA	$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c$	$7 \cdot 3 \cdot 8 = (7 \cdot 3) \cdot 8$
DISSOCIATIVA	$a \cdot b \cdot c = (a_1 \cdot a_2) \cdot b \cdot c$	$6 \cdot 5 \cdot 9 = (2 \cdot 3) \cdot 5 \cdot 9$
DISTRIBUTIVA rispetto all'ADDIZIONE	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$3 \cdot (4+5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5$
DISTRIBUTIVA rispetto alla SOTTRAZIONE	$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	$3 \cdot (4-5) = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 5$
ELEMENTO NEUTRO	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 3$
	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	
Legge di Annullamento del Prodotto	$a \cdot b = 0 \leftrightarrow a = 0$, oppure $b = 0$, oppure $a = b = 0$	

Regola dei segni :

- Il prodotto di 2 numeri concordi ha sempre segno + ; Il prodotto di 2 numeri discordi ha sempre segno -
- Il prodotto di più fattori ha segno + , se il numero dei fattori negativi è **PARI**;
- Il prodotto di più fattori ha segno - , se il numero dei fattori è **DISPARI**

4) DIVISIONE e PROPRIETA'

La divisione esatta (cioè con resto zero) non è sempre possibile in Z , lo è solo quando il numero a è multiplo di b .Invece è sempre possibile in Q .

La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione.

PROPRIETA'

INVARIANTIVA	$a : b = (a \cdot m) : (b \cdot m)$ $a : b = (a : m) : (b : m)$	$20 : 2 = (20 \cdot 3) : (2 \cdot 3)$ $20 : 4 = (20 : 2) : (4 : 2)$
Altre proprietà	$a : a = 1$; $a : 1 = a$	
	$0 : b = 0$	
	$a : 0 = \text{impossibile}$	
	$0 : 0 = \text{indeterminata}$	

POTENZE E LORO PROPRIETA'

Potenza in base a ed esponente n : a^n , è il prodotto n fattori uguali ad $a \rightarrow a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$
 n -volte

PROPRIETA'

$a^1 = a$; $a^0 = +1$; $0^n = 0$; $0^0 =$ non ha significato	
$a^{-n} = 1/a^n$	
Ogni potenza di <u>base positiva</u> , risulta sempre positiva	$(+3)^2 = +9$; $(+1/2)^4 = +1/16$ $(+5)^{-3} = +1/125$
Ogni potenza di <u>base negativa</u> , risulta : <ul style="list-style-type: none"> • Positiva, se l'esponente è pari (compreso lo 0) • Negativa, se l'esponente è dispari 	$(-4)^2 = +16$; $(-1/3)^4 = +1/81$ $(-4)^3 = -64$; $(-3/5)^3 = -27/125$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$
$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	$a^m : b^m = (a : b)^m$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(a / b)^n = a^n / b^n$
N.B. $(-3)^2 = +9$; Invece $-3^2 = -9$	
POTENZE CON ESPONENTE INTERO NEGATIVO	
$a^{-n} = 1/a^n$ con $a \neq 0$	$(+1/2)^{-3} = (+2^3) = 8$; $(-3/5)^{-2} = (-5/3)^2 = 25/9$
	$4^{-2} = (1/4)^2 = 1/16$